Mathematik – Klasse 8

|  |
| --- |
| Termeca. 12 Std. |
|  |
| Prozessbezogene Kompetenzen | Inhaltsbezogene Kompetenzen | Konkretisierung,Vorgehen im Unterricht | Ergänzende Hinweise, Arbeitsmittel, Organisation, Verweise |
| Die Schülerinnen und Schüler können |
|  | **3.2.1 Mit Termen umgehen, die auch Variablen enthalten** |  |  |
| **2.4 Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen**4. Berechnungen ausführen5. Routineverfahren anwenden und miteinander kombinieren6. Algorithmen reflektiert anwenden**2.2 Probleme lösen**5. durch Untersuchung von Beispielen und systematisches Probieren zu Vermutungen kommen und diese auf Plausibilität überprüfen | (8) die Rechengesetze […] anwenden, auch zum *Ausmultiplizieren* von *Summen* […] | **Terme**Terme erstellen und verwenden | Vertiefung Klasse 7Vorbereitung der Bruchgleichungen |
|  | Multiplizieren von Summen | <https://lehrerfortbildung-bw.de/u_matnatech/mathematik/gym/bp2016/fb5/>(geprüft am 08.05.2017)ZPG VVeranschaulichung zum Beispiel durch zerlegte Rechteckflächen |
| (9) die *binomischen Formeln* bei *Termen*, die nur eine Variable enthalten, auch zum *Faktorisieren* anwenden | **Binomische Formeln**Entdecken der FormelnAnwenden zum Faktorisieren | Binomische Formeln nur mit einer Variablen, Schwerpunkt auf Faktorisieren legen, anwenden beim Scheitelbestimmen einer ParabelAnwendung der binomischen Formeln zur schnellen Berechnung von Quadratzahlen und Produkten |

|  |
| --- |
| Reelle Zahlenca. 20 Std. |
|  |
| Prozessbezogene Kompetenzen | Inhaltsbezogene Kompetenzen | Konkretisierung,Vorgehen im Unterricht | Ergänzende Hinweise, Arbeitsmittel, Organisation, Verweise |
| Die Schülerinnen und Schüler können |
|  | **3.2.1 Mit Wurzeln umgehen** |  |  |
| **2.4 Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen**4. Berechnungen ausführen 5. Routineverfahren anwenden und miteinander kombinieren6. Algorithmen reflektiert anwenden9. Taschenrechner und mathematische Software (Tabellenkalkulation) bedienen und zum Explorieren, Problemlösen und Modellieren einsetzen**2.3 Modellieren**6. Grundvorstellungen zu mathematischen Operationen nutzen […]**2.5 Kommunizieren**1. mathematische Einsichten und Lösungswege schriftlich dokumentieren oder mündlich darstellen und erläutern 3. eigene Überlegungen […] darstellen 6.ihre Ausführungen mit geeigneten Fachbegriffen darlegen8. Äußerungen und Informationen analysieren und beurteilen | (11) den Zusammenhang zwischen *Wurzelziehen* und *Quadrieren* erklären | Definition Wurzel einer ZahlZusammenhang zwischen Quadrieren und Radizieren | Zum Beispiel Länge der Diagonalen eines Quadrates  |
| (18) ein iteratives Verfahren zur Bestimmung einer *Wurzel* durchführen | Iteration zur näherungsweisen Bestimmung hier kann sinnvoll mit einer Tabellenkalkulation gearbeitet werden. | Heron-Verfahren oder IntervallhalbierungL VB Informationstechnische Grundlagen |
| (12) den Wert der *Quadratwurzel* einer Zahl in einfachen Fällen unter Verwendung bekannter *Quadratzahlen* abschätzen(13) Zahlterme mit *Quadratwurzeln* vereinfachen, auch durch teilweises *Wurzelziehen*(14) anhand eines Beispiels erklären, dass im Allgemeinen  aber ist *a*  *b*  *a*  *b* ist, aber | Mit Quadratwurzeln umgehen Wurzel ziehenAbschätzen des WertesProdukte und Summen von WurzelnAusklammern einer WurzelTeilweises Radizieren zur Vereinfachung | Verwendung der bekannten Quadratzahlen von 1² bis 20² aus Klasse 5/6Thematisieren, dass z. B. $\sqrt{2}$ ein Endergebnis sein kann.Wurzelziehen als Umkehrung des Quadrierens 🡺Einschränkung der Lösung zwecks Funktionsdarstellung |
|  |  |
| **2.1. Argumentieren und Beweisen**2. eine Vermutung anhand von Beispielen auf ihre Plausibilität prüfen oder anhand eines Gegenbeispiels widerlegen |  |  |  |
| **2.2 Probleme lösen**11. das Problem auf Bekanntes zurückführen oder Analogien herstellen | (15) die Definition der *Wurzel* auch zur Bestimmung von Kubikwurzeln anwenden | Verallgemeinern der QuadratwurzelACHTUNG: Im Schulbuch lediglich Kubikwurzel! | Kenntnis: ; ; ; ;  |
|  | **3.2.1 Zahlbereichserweiterungen untersuchen** |  |  |
| **2.3 Modellieren**6. Grundvorstellung zu mathematischen Operationen nutzen […]  | (16) anhand geeigneter Beispiele die Unvollständigkeit der *rationalen* *Zahlen* beschreiben und die Notwendigkeit der Zahlbereichserweiterung auf *reelle Zahlen* begründen(17) Beispiele für *irrationale Zahlen* angeben | Unvollständigkeit der rationalen ZahlenBeispiele nicht abbrechender und nicht periodischer Zahlen | Lösbarkeit von Gleichungen der Form x2=2 |
| **2.1. Argumentieren und Beweisen**2. eine Vermutung anhand von Beispielen auf ihre Plausibilität prüfen oder anhand eines Gegenbeispiels widerlegen**2.5 Kommunizieren**1. mathematische Einsichten und Lösungswege schriftlich dokumentieren oder mündlich darstellen und erläutern3. eigene Überlegungen […] verständlich darstellen |
| Reelle Zahlenist kein BruchNachweis der IrrationalitätMenge der reellen Zahlen | Widerspruchsbeweis mittels Endziffern, Gegenbeispiel z. B. Endziffernbeweisidee mit ergibt keinen Widerspruch<https://lehrerfortbildung-bw.de/u_matnatech/mathematik/gym/bp2016/fb5/>(geprüft am 08.05.2017)ZPG V |

|  |
| --- |
| Parabeln als Graphen quadratischer Funktionenca. 14 Std. |
|  |
| Prozessbezogene Kompetenzen | Inhaltsbezogene Kompetenzen | Konkretisierung,Vorgehen im Unterricht | Hinweise, Arbeitsmittel, Organisation, Verweise |
| Die Schülerinnen und Schüler können |
|  | **3.2.4 Mit quadratischen Funktionen umgehen** |  |  |
| **2.4 Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen**1.zwischen natürlicher Sprache und symbolisch-formaler Sprache der Mathematik wechseln2.mathematische Darstellungen zum Strukturieren von Informationen, zum Modellieren und zum Problemlösen auswählen und verwenden3. zwischen verschiedenen mathematischen Darstellungen wechseln**2.3 Modellieren**8. Hilfsmittel verwenden | (9) quadratische Zusammenhänge durch *Tabellen* und *Gleichungen* beschreiben und graphisch darstellen | Die Parabel |  |
| Graph eines quadratischen Zusammenhangs | Parabeln im Alltag:Bogenquerschnitte; Wurfparabeln als Beispiele für Graphen quadratischer Funktionen |
| (10) Eigenschaften von *Parabeln* angeben(11) den *Graphen* einer *quadratischen Funktion* mithilfe von *Wertetabellen* zeichnen oder ausgehend von der Lage des *Scheitels* skizzieren | Eigenschaften der ParabelSymmetrieScheitel und ÖffnungÄnderungsverhalten des GraphenZeichnen einer Parabel mithilfe einer Wertetabelle  | Auch: schnelles Zeichnen über Änderungsverhalten: Geht man vom Scheitel aus +/-1 in x-Richtung steigt / fällt der y-Wert um a mal eins, geht man um +/-2, steigt / fällt der y-Wert um a mal vier, usw.Erstellen von Wertetabellen mithilfe WTR oder Tabellenkalkulation |
| **2.2 Probleme lösen**1. das Problem mit eigenen Worten beschreiben3. durch Verwendung verschiedener Darstellungen (informative Figur, verbale Beschreibung, Tabelle, Graph, symbolische Darstellung, Koordinaten) das Problem durchdringen oder umformulieren5.durch Untersuchung von Beispielen und systematisches Probieren zu Vermutungen kommen und diese auf Plausibilität überprüfen11. das Problem auf Bekanntes zurückführen oder Analogien herstellen**2.3. Modellieren**1. wesentliche Informationen entnehmen und strukturieren3. Situationen vereinfachen4. relevante Größen und ihre Beziehungen identifizieren5. die Beziehungen zwischen Größen mithilfe von […], Termen, […] beschreiben10.die Ergebnisse aus einer mathematischen Modellierung in die Realität übersetzen11.die aus dem mathematischen Modell gewonnene Lösung in der jeweiligen Realsituation überprüfen | (12) die Wirkung der Parameter a, d, e in der Parabelgleichung auf den Graphen abbildungsgeometrisch als *Streckung, Spiegelung, Verschiebungen* deuten | Affine Abbildungen der ParabelVerschieben der ParabelStrecken / Stauchen der ParabelSpiegeln der ParabelZusammensetzen der AbbildungenZusammenhang Wertetabelle und Graph | I 3.2.4 (12)Parameter in der Parabelgleichung |
| (13) die allgemeine Parabelgleichung mithilfe funktionaler oder algebraischer Überlegungen in die Scheitelform überführen(15) Anwendungsaufgaben mithilfe *quadratischer Funktionen* lösen, auch Bestimmung größter und kleinster Werte | Formen von ParabelgleichungenScheitelform und NormalformScheitelbestimmung aus der Normalform**Anwendungen im Alltag**Extremalaufgaben | Funktional: Verschieben der Parabel in y-Achsenrichtung, dann x Ausklammern, schließlich x-Wert des Scheitels ist der Mittelwert der beiden NullstellenOder quadratisches Ergänzen mittels binomischer Formel Z. B. maximale Fläche bei gegebenen Umfang, minimale Verpackungen, |
|  |  |  |

|  |
| --- |
| Zentrische Streckung, Strahlensätze und Bruchgleichungenca. 18 Std. |
|  |
| Prozessbezogene Kompetenzen | Inhaltsbezogene Kompetenzen | Konkretisierung,Vorgehen im Unterricht | Hinweise, Arbeitsmittel, Organisation, Verweise |
| Die Schülerinnen und Schüler können |
|  | 3.2.3 Mit zentrischer Streckung und den Strahlensätzen arbeiten |  |  |
| **2.4 Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen**5. Routineverfahren anwenden und miteinander kombinieren8**.** Hilfsmittel ([…], Geodreieck und Zirkel,[…], Software) problemangemessen auswählen und einsetzen | (11) durch *zentrische Streckung* (auch *negativer Streckfaktor*) Figuren *maßstäblich* vergrößern und verkleinern | Zentrische StreckungEntdecken der zentrischen Streckung |  |
| Figuren vergrößern und verkleinern | Auch negative Streckfaktoren |
| **2.3. Modellieren**1. wesentliche Informationen entnehmen und strukturieren4. relevante Größen und ihre Beziehungen identifizieren**2.5 Kommunizieren**1. mathematische Einsichten und Lösungswege schriftlich dokumentieren oder mündlich darstellen und erläutern2.ihre Ergebnisse strukturiert präsentieren**2.2 Probleme lösen**1. das Problem mit eigenen Worten beschreiben 2.Informationen aus den gegebenen Texten, Bildern und Diagrammen entnehmen  | (12) *Streckenlängen* unter Nutzung der *Strahlensätze* bestimmen | Die StrahlensätzeStreckenverhältnisse in ähnlichen FigurenDie „typische“ StrahlensatzfigurDie Strahlensatzfigur mit Schnittpunkt zwischen den Parallelen | Hinweis: Ähnlichkeit und Kongruenz als Beweismittel wird in Klasse 9 thematisiert |
| Erster Strahlensatz | Streckenverhältnis als Betrag des Streckfaktors |
| 3. eigene Überlegungen in kurzen Beiträgen […] darstellen6.ihre Ausführungen mit geeigneten Fachbegriffen darlegen |  |  |  |
| **2.1. Argumentieren und Beweisen**2. eine Vermutung anhand von Beispielen auf ihre Plausibilität prüfen oder anhand eines Gegenbeispiels widerlegen6.zu einem Satz die Umkehrung bilden7.zwischen Satz und Kehrsatz unterscheiden und den Unterschied an Beispielen erklären | (13) die Nichtumkehrbarkeit des *zweiten Strahlensatzes* durch Angabe eines *Gegenbeispiels* begründen | Zweiter Strahlensatz | Gegenbeispiel genügt |
| Umkehrbar und nicht umkehrbar |  |
|  | 3.2.1 Gleichungen lösen |  |  |
| **2.4 Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen**5. Routineverfahren anwenden und miteinander kombinieren**2.3 Modellieren**6. Grundvorstellungen zu mathematischen Operationen nutzen und die Eignung mathematischer Verfahren einschätzen | (24) Bruchgleichungen lösen, bei denen die einmalige *Multiplikation* mit oder mit genau einem Linearfaktor zielführend ist | BruchgleichungenVerhältnisgleichungenVerallgemeinerung  | Keine systematische Untersuchung der Definitionsmenge, natürlich Probe zur Lösungskontrolle<https://lehrerfortbildung-bw.de/u_matnatech/mathematik/gym/bp2016/fb5/>(geprüft am 08.05.2017)ZPG V*MINT:Systematisieren der Hauptnennersuche„beliebige“ BruchgleichungenBruchungleichungen* |

|  |
| --- |
| Quadratische Gleichungen und Ungleichungca. 24 Std. |
|  |
| Prozessbezogene Kompetenzen | Inhaltsbezogene Kompetenzen | Konkretisierung,Vorgehen im Unterricht | Hinweise, Arbeitsmittel, Organisation, Verweise |
| Die Schülerinnen und Schüler können |
|  | **3.2.1 Gleichungen lösen** |  |  |
| **2.2 Probleme lösen**3. durch Verwendung verschiedener Darstellungen ([…], Tabelle, Graph, symbolische Darstellung, Koordinaten) das Problem durchdringen oder umformulieren16. Lösungswege vergleichen**2.4 Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen**4. Berechnungen ausführen5. Routineverfahren anwenden und miteinander kombinieren6. Algorithmen reflektiert anwenden | (26) […] *quadratische Gleichungen* […]geometrisch als Schnittproblem von Graphen interpretieren und so näherungsweise lösen(21) die Lösungen einer *quadratischen Gleichung* mithilfe einer Formel bestimmen | Quadratische GleichungenNullstellen einer quadratischen Funktion graphisch bestimmen | Z. B. Nullstellen der Parabel  |
| Reinquadratische Gleichungen | Umformen und WurzelziehenUnterschied zu  klären |
| Quadratische Gleichungen ohne Absolutglied | Z. B. lösen durch Ausklammern |
| Lösungsformel für quadratische Gleichungen | Herleitung von pq- und abc-Formel |
| AnwendungenBiquadratische GleichungenSchnittpunkte von Parabeln bestimmen | Kennenlernen des Verfahrens der SubstitutionWurzelgleichungen werden in Klasse 9 im Zusammenhang mit Wurzelfunktionen thematisiert |
| (22) den *Satz vom Nullprodukt* zum Lösen von *Gleichungen* verwenden(23) eine *quadratische Gleichung* zu vorgegebenen Lösungen bestimmen | Satz vom NullproduktAufstellen einer Gleichung mit vorgegebenen Lösungen | *MINT: Satz von Vieta* |
| **3.2.4 Mit quadratischen Funktionen umgehen** |  |  |
| (14) den Funktionsterm einer *quadratischen Funktion* mithilfe von *Nullstellen* in Linearfaktordarstellung angeben | Anwenden  | Auch: Faktorisierte Form der Parabelgleichung |
|  | **3.2.1 Gleichungen lösen** |  |  |
|  | (25) die Lösbarkeit und Lösungsvielfalt von […] *quadratischen Gleichungen* […]untersuchen | Lösbarkeit und LösungsvielfaltFunktionale Überlegung | Nach oben verschobene Parabel kann keine Nullstellen haben. |
|  |  | Algebraische Überlegung: Bedeutung des Werts der Diskriminante | Fachbegriff Diskriminante |
| **2.1. Argumentieren und Beweisen**9.beim Erläutern und Begründen unterschiedliche Darstellungsformen verwenden (verbal, zeichnerisch, tabellarisch, formalisiert | (27) einfache […] *quadratische Ungleichungen* geometrisch interpretieren und mithilfe funktionaler Überlegungen lösen | Quadratische UngleichungenLösen zunächst als GleichungFunktionale und graphische ÜberlegungenACHTUNG: Im Buch sind keine Beispiele zur Fallunterscheidung! | Zurückführen auf quadratische Gleichungen und dann funktional überlegen, Analogie zu linearen Ungleichungen in Klasse 7*MINT Lösen mittels Fallunterscheidung* |

|  |
| --- |
| Lineare Gleichungssystemeca. 12 Std. |
|  |
| Prozessbezogene Kompetenzen | Inhaltsbezogene Kompetenzen | Konkretisierung,Vorgehen im Unterricht | Ergänzende Hinweise, Arbeitsmittel, Organisation, Verweise |
| Die Schülerinnen und Schüler können |
|  | 3.2.1 Gleichungen lösen |  |  |
| **2.4 Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen**5. Routineverfahren anwenden und miteinander kombinieren7. mit formalen Rechenstrategien (unter anderem Äquivalenzumformung von Gleichungen und Prinzip der Substitution) Probleme auf algebraischer Ebene bearbeiten | (26) […] *lineare Gleichungssysteme* geometrisch als Schnittproblem von Graphen interpretieren und so näherungsweise lösen  | Lineare GleichungssystemeGeraden und lineare Gleichungen | Vertiefung Klasse 7 |
| System von zwei linearen Gleichungen graphisch lösen | Schnittpunktbestimmung durch Ablesen oder Probieren |
| (20) die Lösung eines *linearen Gleichungssystems* mit zwei *Variablen* mithilfe des *Einsetzungsverfahrens* bestimmen | Ein systematisiertes Lösungsverfahren | Denkbar: Gleichsetzungs- und Einsetzungs- und Additionsverfahren  |
| **2.2 Probleme lösen**11. das Problem auf Bekanntes zurückführen oder Analogien herstellen16. Lösungswege vergleichen |  | Anwendungsaufgaben |  |
| **2.1. Argumentieren und Beweisen**9. beim Erläutern und Begründen unterschiedliche Darstellungsformen verwenden (verbal, zeichnerisch, tabellarisch, formalisiert) | (25) die Lösbarkeit und Lösungsvielfalt von […] *linearen Gleichungssystemen* untersuchen | Lösbarkeit eines linearen GleichungssystemsEindeutig lösbare und unlösbare LGS, sowie LGS mit unendlich vielen LösungenGraphische Interpretation |  |
|  | **3.2.4 Mit quadratischen Funktionen umgehen** |  |  |
| **2.3. Modellieren**1. wesentliche Informationen entnehmen und strukturieren3. Situationen vereinfachen4. relevante Größen und ihre Beziehungen identifizieren5. die Beziehungen zwischen Größen mithilfe von […], Termen, […] beschreiben10.die Ergebnisse aus einer mathematischen Modellierung in die Realität übersetzen11.die aus dem mathematischen Modell gewonnene Lösung in der jeweiligen Realsituation überprüfen | (15) Anwendungsaufgaben mithilfe *quadratischer Funktionen* lösen, auch Bestimmung größter und kleinster Werte | Anwendungen im Alltag 🡺 ACHTUNG: Keine Aufgaben im Buch vorhanden 🡺 Eventuell Rückgriff auf Aufgaben aus dem Bereich ScheitelpunktformBrücken und andere BauwerkeBogenquerschnitteWurfweite und –höhe  | Aufgaben aus den Bereichen Sport (Wurf- und Sprungtechniken) und Architektur (Brücken, Tunnels, Verpackungen, etc.)<http://www.schule-bw.de/acl_users/credentials_cookie_auth/require_login?came_from=http%3A//www.schule-bw.de/faecher-und-schularten/mathematisch-naturwissenschaftliche-faecher/mathematik/unterrichtsmaterialien/sekundarstufe1/fktn/wurf>(geprüft am 08.05.2017)Landesbildungsserver: Modellieren |

|  |
| --- |
| Zufallsexperimente und Wahrscheinlichkeitca. 20 Std. |
|  |
| Prozessbezogene Kompetenzen | Inhaltsbezogene Kompetenzen | Konkretisierung,Vorgehen im Unterricht | Hinweise, Arbeitsmittel, Organisation, Verweise |
| Die Schülerinnen und Schüler können |
|  | 3.2.5 Wahrscheinlichkeiten verstehen und berechnen |  |  |
| **2.5 Kommunizieren**7. aus Quellen (Texten, Bildern und Tabellen) und aus Äußerungen anderer mathematische Informationen entnehmen**2.4 Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen**1.zwischen natürlicher Sprache und symbolisch-formaler Sprache der Mathematik wechseln2.mathematische Darstellungen zum Strukturieren von Informationen, zum Modellieren und zum Problemlösen auswählen und verwenden3. zwischen verschiedenen mathematischen Darstellungen wechseln | (5) die Bedeutung von Wahrscheinlichkeitsaussagen in alltäglichen Situationen erklären | **Begriff Wahrscheinlichkeit im Alltag und mathematisch**Wahrscheinlichkeit im Alltag |  |
| (6) die Begriffe *Ergebnis* und *Ereignis* bei *Zufallsexperimenten* erläutern(7) *Ereignisse* in geeigneter Form darstellen (unter anderem in Mengenschreibweise) | **Zufallsexperiment** Darstellen von EreignissenErgebnis und Ereignis |  |
| (8) *Zufallsexperimente* – auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge – durchführen und auswerten | **Zufallsexperimente**durchführensimulieren | L MB Informationstechnische Grundlagen |
| (9) *Wahrscheinlichkeiten* mithilfe *relativer Häufigkeiten* empirisch bestimmen (*Gesetz der großen Zahlen*) | **Gesetz der großen Zahlen** |  |
| **2.2 Probleme lösen**1. das Problem mit eigenen Worten beschreiben5. durch Untersuchung von Beispielen und systematisches Probieren zu Vermutungen kommen und diese auf Plausibilität überprüfen | (10) die Anzahl der jeweiligen Möglichkeiten (*mögliche* und *günstige Ergebnisse*) in konkreten Situationen durch einfache kombinatorische Überlegungen bestimmen | **Berechnen von Wahrscheinlichkeiten** |  |
| Anzahl der günstigen durch Anzahl der möglichen Ergebnisse | Z. B. Einlauf beim Pferderennen |
| Abzählprinzipien | Einfache kombinatorische Überlegungen ohne Systematisierung |
|  | Laplace-ExperimenteGegenereignisse |
| **2.3. Modellieren**1. wesentliche Informationen entnehmen und strukturieren3. Situationen vereinfachen | (11) *Wahrscheinlichkeiten* von *Ereignissen* vergleichen und insbesondere bei Laplace- Experimenten bestimmen(12) *Wahrscheinlichkeiten* unter Verwendung des *Gegenereignisses* berechnen |  |  |
| **2.4 Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen**1. zwischen natürlicher Sprache und symbolisch-formaler Sprache der Mathematik wechseln2. mathematische Darstellungen zum Strukturieren von Informationen, zum Modellieren und zum Problemlösen auswählen und verwenden3. zwischen verschiedenen mathematischen Darstellungen wechseln | (13) *Baumdiagramme* zur Darstellung *mehrstufiger Zufallsexperimente* erstellen(14) *Wahrscheinlichkeiten* bei *mehrstufigen Zufallsexperimenten* mithilfe der *Pfadregeln* (*Produkt-,Summenregel*) bestimmen | **Mehrstufige Zufallsexperimente**BaumdiagrammePfadregelnAnwenden der Pfadregeln |  |